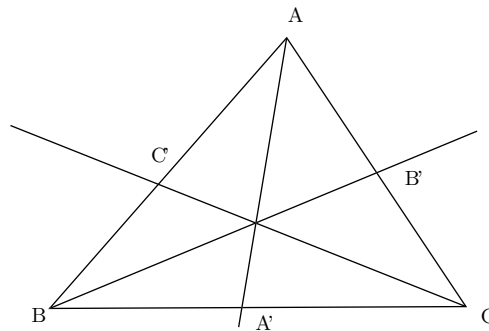


Pour les exercices qui suivent on se place dans le plan $\mathbb{R}^2$. Les exercices concernent des énoncés classiques de géométrie affine et n'utilisent pas du tout la structure euclidienne de $\mathbb{R}^2$.

1. **Théorème de Pappus affine.** Soient D, D' deux droites sécantes, A, B, C trois points sur D et A', B', C' trois points sur D' . On suppose que (BC') et $(B'C)$ se coupent en P , (AC') et $(A'C)$ en Q et (AB') et $(A'B)$ en R . Prouver que P, Q, R sont alignés.
2. **Théorème de Pappus affine, seconde version.** Soient D, D' deux droites, A, B, C des points distincts de $D \setminus D'$ et A', B', C' des points distincts de $D' \setminus D$. On suppose que (AB') et $(A'B)$ sont parallèles de même que (BC') et $(B'C)$. Montrer que (AC') et $(A'C)$ sont parallèles. (Oral X)
La géométrie projective permet de réunifier ces deux versions.
3. **Théorème de Ceva.** Soit (ABC) un triangle. On se donne A', B', C' (distincts des points A, B, C) sur les droites $(BC), (AC)$ et (AB) . Montrer que $(AA'), (BB')$ et (CC') sont concourantes ou parallèles si et seulement si $\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1$.



4. **Théorème de Menelaüs.** Les données étant les mêmes que dans l'exercice précédent, montrer que les points A', B', C' sont alignés si et seulement si $\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = 1$.
C'est la forme "duale" du théorème de Ceva.
5. **Théorème de Desargues affine.** Soient (A, B, C) et (A', B', C') deux triangles tels que (AB) soit parallèle à $(A'B')$, (BC) à $(B'C')$ et (CA) à $(C'A')$. Montrer que les droites $(AA'), (BB')$ et (CC') sont parallèles ou concourantes.

